



Dušan Džamonja

C. F. Manara

MATEMATICA E SOCIETÀ OGGI.

Nota. Il presente scritto contiene la rielaborazione delle idee che sono emerse in un dibattito registrato in televisione a circuito chiuso, che è stato utilizzato come base per due seminari svoltisi a Cosenza (1972) ed a Brescia (1973), () dedicati ai problemi dell'insegnamento della matematica ed all'impiego dei sussidi audiovisivi. Al dibattito hanno partecipato i professori Evandro Agazzi, Guido Baglioni, Marcello Cesa-Bianchi, Sergio De Giacinto, Carlo Felice Manara. Quest'ultimo ha introdotto il dibattito e l'ha diretto durante il suo svolgimento.*

1. Si potrebbe dire che il ruolo ed il significato che la matematica ha, direttamente o indirettamente, nella società di oggi, non sono abitualmente ben compresi. A prova di ciò potremmo citare la frase riportata da H. Steinhaus: "Tu dici di essere un matematico: ebbene, che cosa fa tutto il giorno un matematico?" Si potrebbe cogliere in questa frase una sensazione di inutilità, di assenza, di disimpegno che dovrebbero essere caratteristici dal matematico e che giustificerebbero la situazione di singolarità, di isolamento che il matematico sembra avere nella società in cui viviamo. Potremo dire invece che la matematica non soltanto ha una sua struttura di scienza, che risulta talvolta per qualcuno di difficile comprensione, ma interviene in vario modo, come strumento o come struttura ispiratrice, in moltissime altre scienze, le quali a loro volta hanno influenzato ed influenzano il modo di pensare e di vivere delle nazioni civilizzate di oggi, fino a diventare parte integrante della nostra civiltà.

Pare quindi non inutile soffermarsi a considerare quale sia la presenza della matematica nella società di oggi, e più anche per suscitare negli insegnanti di questa materia una maggiore consapevolezza del ruolo di formazione e di servizio che essa può svolgere nella crescita del cittadino. Possiamo cercare di inquadrare il soggetto che ci interessa considerando l'influenza della matematica nella nostra società partitamente in tre settori: anzitutto nel campo della speculazione scientifica astratta, poi in quello della formazione intellettuale e culturale del cittadino, ed infine nel campo della tecnica e delle applicazioni quotidiane. Ovviamente queste distinzioni sono da intendersi dei sussidi, per appoggiare il discorso, e non presumono affatto di mettere in rilievo delle effettive separazioni di influenze e di compiti; in un certo senso sarebbe vero il contrario, cioè il fatto che nella vita reale dell'individuo e della società i tre aspetti ora ricordati si trovano quasi sempre mescolati e si influenzano l'un l'altro nel modo che è

tipico della vita e delle cose dell'uomo. Nel seguito cercheremo di presentare il significato della matematica nei vari settori che abbiamo individuato presentandoli ed analizzandoli nell'ordine che abbiamo enunciato sopra. Parleremo quindi anzitutto del significato della matematica intesa come scienza astratta e del significato che si potrebbe definire speculativo della matematica.

2. Per quanto riguarda l'aspetto propriamente speculativo della matematica, si può pensare di individuare due modi di considerazione: secondo uno di questi la matematica potrebbe essere guardata in sé come scienza, secondo l'altro la matematica può essere considerata come una metodologia generale del sapere scientifico. In questo secondo ordine di idee si potrebbe dire che la matematica occupa un posto chiave nell'ambito della scienza moderna e opera nell'interno di essa come lo schema (anche se allo stato puro ed astratto) di ogni discorso che si presenta come un discorso scientifico, anzi addirittura come lo schema di ogni discorso argomentativo rigoroso.

In altre parole, quando qualcuno vuole sviluppare un discorso privo di artifici e di errori è tenuto a fare certe cose essenziali, poche ma importanti: egli precisamente deve anzitutto dare esplicitamente le proposizioni di partenza, che assume come vere all'interno del suo discorso e sulle quali invita il suo interlocutore ad assentire, e secondariamente deve trarre da queste proposizioni delle altre proposizioni, non a caso, ma in modo che siano conseguenze logiche delle precedenti.

Questo concetto di conseguenza logica è molto complicato da precisarsi completamente, ma in pratica può essere esplicitato attraverso il rispetto di alcune regole logiche; il fatto di attenersi a queste leggi è garanzia, per chi parla e per chi ascolta, che il discorso che si fa è corretto e che le proposizioni affermate in seguito sono vere nella stessa misura in cui sono vere quelle che sono state accettate inizialmente.

Questa impostazione viene chiamata spesso "metodo assiomatico"; qui l'aggettivo 'assiomatico' non vuole per nulla significare la pretesa che le affermazioni iniziali di una qualunque teoria debbano essere accettate senza discussione, per una specie di essenziale superiorità, da parte di chi costruisce la teoria stessa; questa denominazione convenzionale vuole semplicemente mettere in luce il fatto che secondo questo metodo le proposizioni iniziali di ogni teoria debbono essere enunciate esplicitamente come tali, e non sono accettate per forza della dimostrazione logica ma per altre ragioni, che possono essere valide, ed anzi spesso lo sono, ma non per le leggi della logica ed in forza della deduzione. Il fatto che queste proposizioni iniziali vengano chiamate 'assiomi' è soltanto accidentale e non vuole in alcun modo pretendere che esse abbiano una particolare evidenza, né che debbano essere accettate senza discussioni; anzi si potrebbe dire che proprio su queste proposizioni ha un senso discutere, perché su quelle dedotte non è possibile la discussione (una volta ammesse le precedenti) perché sono una conseguenza logica necessaria delle precedenti.

Si potrebbe dire che la scienza umana, in tutti i campi, è una applicazione di questo schema ai diversi ambiti della realtà che le singole teorie intendono studiare. Tali ambiti erano fino a poco tempo fa quelli della realtà fisica; ma oggi il campo del metodo scientifico si è molto esteso ed abbraccia anche l'uomo stesso e la realtà sociale. Questo fatto spiega come mai la matematica venga ad assumere una posizione così centrale in tutta la struttura scientifica di oggi: ciò è dovuto al fatto che la matematica è stata storicamente la prima scienza che ha impostato i propri procedimenti secondo questo schema e ancora oggi costituisce uno schema ideale per ogni conoscenza razionale.

Ovviamente sussistono delle differenze tra la matematica e le altre scienze; per queste esiste un tribunale, che è il tribunale della esperienza, il quale giudica non soltanto sul fatto che le proposizioni dedotte sono state ottenute con un procedimento rigoroso a partire dalle premesse, ma anche che le proposizioni siano confermate dai fatti. Nel caso della matematica la coerenza delle proposizioni dedotte con quelle di partenza è di fatto ottenuta con il ricorso ad una simbologia che è tipica; l'impiego di questa simbologia è una delle caratteristiche di questa scienza, caratteristica sulla quale ritorneremo in seguito, per i suoi legami con gli aspetti formativi della matematica. Ci limitiamo qui ad osservare che questo aspetto della matematica come schema astratto rigoroso di ogni pensiero che voglia essere scientifico ha un aspetto anche culturale, una funzione formativa che la matematica è chiamata oggi ad esplicitare forse in misura maggiore di quanto non avvenisse qualche tempo fa; e ciò diciamo perché pensiamo che nella cultura contemporanea la funzione della razionalità sia tanto più importante e preziosa proprio in vista delle istanze di irrazionalità che sono diffuse ad ogni livello. Vogliamo infine osservare che è particolarmente interessante tener conto di questo aspetto della matematica anche in relazione ad un altro fatto: il fatto che la scienza è per così dire la struttura portante del processo tecnologico, che ha un aspetto pragmatico, operativo, alienante, disumanizzante, come è di moda dire oggi; ma anche ha alle sue origini una profonda esigenza intellettuale di rigore e di coerenza che è rappresentata, anche se non in modo esclusivo, dalla matematica.

3. Il discorso sulla razionalità della conoscenza e sui caratteri della scienza moderna introduce naturalmente il discorso sull'insegnamento della matematica e sui problemi che vi si collegano. Per comprendere meglio questi problemi vorremmo osservare che uno degli aspetti della matematica è quello di linguaggio; a ciò è stato già accennato, quando si è detto che la deduzione rigorosa, che è propria della matematica e che dovrebbe pure essere una delle caratteristiche fondamentali di ogni scienza in quanto tale, tende sempre più a diventare un 'calcolo', cioè la applicazione di certe leggi formali del linguaggio che si utilizza ai fatti che interessano. In questo senso si potrebbe dire che la logica formale (quella che la filosofia classica chiamava 'logica minore') si avvicina molto alla matematica. Questa ha la proprietà di utilizzare un linguaggio convenzionale che è dotato di regole sintattiche molto rigorose.

Si pensi per esempio al problema assolutamente elementare che consiste nella riunione di due insiemi finiti e senza elementi in comune. Il numero (naturale) degli elementi di ciascun insieme viene rappresentato con certe convenzioni che ci sono venute dagli indiani, attraverso la civiltà araba. Il numero degli elementi dell'insieme riunione è dato dalla somma dei numeri che rappresentano gli elementi di ciascuno degli insiemi dati. Questa operazione di somma si sa eseguire mediante certe regole che ci insegnano ad operare sui simboli con certe tecniche; potremmo anche avere dimenticato queste regole, ma potremmo cavarci d'impaccio anche in altro modo, simbolizzando i due addendi con altri mezzi e operando sui simboli in modo diverso.

Per esempio potremmo utilizzare una calcolatrice meccanica: allora la simbolizzazione di ciascuno dei due addendi verrebbe data mediante spostamenti delle parti della macchina in modo determinato, e la operazione di somma verrebbe simbolizzata mediante certi altri spostamenti delle parti interne, univocamente determinati dalle operazioni che abbiamo eseguito prima per simbolizzare e dalle leggi interne con le quali il meccanismo è costruito. Si potrebbero pensare altri modi, più o meno raffinati, per ottenere lo stesso scopo; ma si può dire di tutti che in ogni caso la simbolizzazione viene eseguita in modo univoco e che il risultato dell'operazione è ottenuto indipendentemente dai desideri e dai sentimenti dell'operatore, in forza delle leggi dei simboli adottati.

In altre parole e con diverso vocabolario si potrebbe dire che la matematica, in linea di principio, è un linguaggio che manca di ridondanza e che possiede delle leggi rigide di deduzione. Questi due fatti caratterizzano in certo modo il linguaggio artificiale della matematica di fronte ai linguaggi naturali; questi ultimi invero hanno sempre una certa ridondanza: basti pensare al linguaggio telegrafico, nel quale la ricerca della economia spinge a 'risparmiare' parole, conducendoci al risultato di dare in breve la stessa informazione che potremmo dare con più parole (se non avessimo preoccupazioni di costo) anche se forse in modo più accettabile dal punto di vista dell'estetica.

Inoltre le deduzioni svolte mediante ragionamenti condotti usando un linguaggio naturale corrono spesso il rischio di essere poco rigorose, perché è naturale pensare che le parole abbiano quasi sempre delle connotazioni sentimentali, che possono traviare il rigore della deduzione. Inoltre è anche noto che le parole del linguaggio naturale molto raramente hanno un unico significato; tanto che quando si utilizza una parola del linguaggio comune per scopi scientifici è buona norma precisare il suo significato, tra i tanti possibili; oppure ogni scienza, come la medicina, la scienza giuridica, ecc. può coniarci delle parole artificiali che hanno significati ben determinati.

Da questo punto di vista si intravede abbastanza facilmente quale sia l'importanza formativa della matematica nella educazione: infatti alla matematica (anche se non soltanto a questa materia) si può attribuire l'effetto di formare al linguaggio preciso, alle idee chiare, alle deduzioni corrette e non viziate da venature del sentimento o della passione.

Il matematico Fourier ha descritto abbastanza bene questi fatti dicendo che 'la matematica non ha simboli per le idee nebulose'.

Questa educazione alla chiarezza, alla univocità del linguaggio, alla deduzione rigorosa, costituisce uno (tra i tanti) vantaggi che la matematica può dare alla formazione dell'uomo e del cittadino. Non vogliamo insistere su questo argomento e ci limitiamo a rilevare due problemi che scaturiscono da queste poche osservazioni che abbiamo fatto.

La prima osservazione potrebbe essere chiamata di tipo tecnico, e riguarda l'insegnamento della matematica ad ogni livello. È chiaro che questo insegnamento pone alcuni problemi di carattere didattico, problemi che possono essere risolti abbastanza bene se si tiene conto anche dell'apporto della psicologia.

I caratteri del linguaggio matematico sono stati rilevati poco fa e potrebbero essere richiamati brevemente dicendo che si tratta di un linguaggio artificiale. Perciò il linguaggio simbolico della matematica appare spesso distaccato dalla realtà; quindi il problema dell'insegnamento di questo linguaggio presenta, da una parte, maggiori difficoltà rispetto a quello dell'insegnamento dei linguaggi naturali. Tuttavia è possibile osservare che l'apprendimento del linguaggio matematico può dare vantaggi di sviluppo intellettuale analoghi a quelli che sono

dati dalla alfabetizzazione, sebbene per quanto ad altro livello: la possibilità di esprimere le proprie idee e di comunicarle al prossimo conduce ovviamente ad una crescita della personalità di qualunque individuo. È abbastanza facile osservare tuttavia che l'apprendimento di un linguaggio avviene tanto più facilmente quanto più l'individuo è stimolato ad esprimersi; non ha senso infatti far studiare una grammatica ed una sintassi se poi l'individuo non ha idee da comunicare o si trova nelle condizioni che facilitano l'impiego di un linguaggio più povero di quello che si vuole insegnare. Ne consegue la necessità di insegnare la matematica sempre ad un livello che sia commisurato dalla crescita intellettuale del discente; e d'altra parte appare ovvio che tale crescita è ulteriormente stimolata dal possesso di un linguaggio come quello della matematica, che permette di avere una presa sempre più efficace sulla realtà della scienza e della tecnica.

Un secondo problema, un poco più vasto e forse meno chiaramente definito, nasce a questo proposito quando si voglia tener conto del posto che la matematica ha nella nostra società a livello della educazione dei giovani. Non si va forse lontani dalla realtà osservando che nelle nostre scuole, anche se non in tutte, e non nella stessa misura, vi è una specie di gerarchia di valori tra le varie materie, e che in questa gerarchia la matematica non sempre ha un posto preminente. Forse questo atteggiamento è un ultimo residuo di una certa mentalità non completamente superata, secondo la quale l'unico "concetto" che fosse degno di questo nome non era quello che veniva dato dalle singole scienze ed in particolare dalla matematica; secondo questa mentalità, infatti, le scienze erano capaci soltanto di "pseudoconcetti".

In collegamento con questa mentalità, si ha che, secondo una certa concezione della cultura, la matematica si presenta come una specie di scienza ausiliare, un male necessario; tanto spesso si incontrano degli uomini d'altronde intelligenti, che quasi si vantano di "non capire" la matematica. Tutto ciò fa sì che nel consiglio dei professori delle scuole spesso, quasi tacitamente, tra le materie che vengono considerate più formative non si annovera la matematica; quindi l'insegnate di questa materia viene quasi considerato come di 'serie B'; e quasi certamente non sempre viene riconosciuto alla materia il carattere formativo che abbiamo cercato di mettere in luce poco fa.

Occorre pertanto che si faccia strada una visione globale della pedagogia, visione nella quale il complesso delle materie che vengono insegnate viene ad avere la importanza principale, al posto delle singole materie che venivano distinte e quasi separate nelle concezioni classiche; ciascun professore dovrebbe insegnare la propria materia con la coscienza del fatto che essa è uno dei tanti modi per comprendere il mondo e quindi aiutare il cittadino ad inserirsi in modo attivo nella società. In modo particolare quindi anche il professore di matematica contribuisce in modo essenziale alla formazione dell'uomo, dandogli non soltanto gli elementi di quella scienza che è ormai fondamentale per tutta la tecnica e addirittura per la vita spicciola e quotidiana, ma anche aiutandolo a scoprire nella matematica quei momenti di metodologia fondamentale che sono operativi non soltanto al livello delle scienze particolari, ma anche e soprattutto a livello di rapporti umani. C'è infatti tutta una costellazione di rapporti umani che non deve essere abbandonata alla creatività dell'individuo, la quale può anche essere (ed in realtà molto spesso è) irrazionale, ma che ha bisogno del parlare rigoroso e della deduzione precisa e formalizzata.

È lecito pensare che non ci sarebbe tanta influenza del parlare fumoso e complicato dei politici e degli pseudointellettuali se ci fosse una formazione matematica più seria nella nostra società; la retorica, l'ambivalenza, l'imprecisione avrebbero allora meno diritto di cittadinanza e minore influenza sulla vita sociale.

4. Ciò che abbiamo detto fin qui introduce in modo naturale il discorso a proposito del carattere e della importanza della matematica a livello operativo, ed in relazione alla tecnica.

In questo ambito sarebbe da farsi una grande quantità di osservazioni, che limitiamo per brevità. Anzitutto si può osservare che il linguaggio matematico è una delle lingue che hanno il più grande carattere di universalità; forse i soli simboli che sono più diffusi e più compresi universalmente di quelli della matematica sono i cartelli di segnalazione stradale; che d'altra parte potrebbero essere considerati più dei simboli ideografici elementari che dei simboli per comunicazione concettuale. Questa osservazione potrebbe convalidare l'idea che la matematica è un sistema di pensiero che costituisce in certo senso la struttura portante della nostra civilizzazione.

In secondo luogo sarebbe da rilevarsi la fiducia e la certezza che il cittadino di qualunque livello culturale attribuisce alla matematica; un luogo comune abbastanza frequente attribuisce alle argomentazioni di carattere quantitativo, e presentate con simboli matematici, un carattere di particolare certezza e chiarezza; il "due più due fa quattro" è in certo senso una affermazione che non ammette dubbi e discussioni.

E d'altra parte la tecnica e la scienza che la dirige sono gli strumenti con i quali si vuole da tante parti ottenere la liberazione dell'uomo dalla fatica, dal dolore e dalla malattia. Non condividiamo la ingenua fiducia dello scientismo,

secondo la quale la scienza e la tecnica da lei governata dovrebbero essere i soli mezzi per la liberazione dell'uomo; ma questo atteggiamento ha una sua validità, e ciò conferisce alla matematica un prestigio, una predominanza, una superiorità che sono commisurati con quelli della scienza e della tecnica di cui la nostra società attuale è profondamente tributaria.

I problemi tecnici concreti dell'insegnamento della matematica e soprattutto della affermazione di questi suoi caratteri formativi sono molti e non tutti risolti; si potrebbe anche aggiungere che difficilmente si potrebbe trovare una soluzione valida in generale, soprattutto in un'epoca come la attuale che è ricca di cambiamenti e nella quale si vuole attuare una maggiore giustizia con la promozione culturale di tutte le classi sociali. Ma pensiamo che un grande progresso in questa direzione potrà essere raggiunto se gli insegnanti di matematica saranno intimamente convinti di insegnare una materia che non è soltanto uno strumento, anche se necessario ed importante, per la vita civile associata, per la scienza e per la tecnica; ma saranno convinti di contribuire in modo essenziale alla formazione del cittadino, perché essi consegnano agli allievi uno strumento di analisi, di conoscenza, di comunicazione e quindi uno strumento di libertà interiore ed esteriore; uno strumento che aiuta l'uomo ad inserirsi in una società di uomini razionali e ragionevoli.

NdR

(*) Il riferimento è ai due interventi

G. Lucchini - C. F. Manara. [Sull'impiego degli audiovisivi e dell'istruzione programmata nell'insegnamento della Matematica](#). Rendiconto del Seminario di Cosenza (17-20 ottobre 1972). Fascicolo n. 10 dell'Istituto Ambrosiano per il Cinema, Milano, 1972.

[Seminario sull'impiego degli audiovisivi nell'insegnamento della matematica](#). Università Cattolica del Sacro Cuore. Brescia. 1973 pp.1-27

Si può vedere anche

[Lo studio della matematica dalla scuola secondaria all'Università](#). Pedagogia e vita, 33 (1971-72), 117-131.

Reimpaginato Marzo 2014